GUÍA DE EJERCICIOS 10
MOVIMIENTO CIRCULAR Y SISTEMA DE PARTÍCULAS

Ideas clave

- Cuando un cuerpo rígido gira sobre un eje fijo, su posición esta descrita por una coordenada angular θ. La rapidez ω y la aceleración α angular instantánea están definidas por:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

- **Si la aceleración angular es constante** podemos describir la cinemática rotacional de forma similar al movimiento rectilíneo con aceleración lineal constante:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

- Para una **partícula del cuerpo rígido que está ubicada a una distancia r del eje de rotación**, su rapidez v, la componente tangencial a_T y radial a_R de su aceleración $\vec{a}$, están relacionas con la rapidez ω y la aceleración α angular mediante las siguientes relaciones:

$$v = r\omega$$

$$a_T = r\alpha$$

$$a_R = r\omega^2$$

- Para **un sistema de partículas** su centro de masas $\vec{r}_{CM}$ esta definido por el promedio ponderado de la posición de cada una de las partículas $\vec{r}_i$ respecto a la masa total del sistema $M = \sum m_i$:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \ \vec{r}_i}{M}$$

- El **momento lineal total de un sistema de partículas** $\vec{P}$, es igual a su masa total M multiplicada por la velocidad de su centro de masas $\vec{v}_{CM}$. Si la sumatoria de las fuerzas externas $\sum \vec{F}_{ext}$ no es nula, el centro de masa acelera como si fuera una

partícula de masa M sobre la cual actúa una fuerza $\vec{F}_{Total}$ igual a la sumatoria de todas las fuerzas externas:

$$\vec{F}_{Total} = \sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}$$

Recuerda:

- Todos los resultados deben ser reportados en Sistema internacional
- Evalúa el orden de magnitud de tu resultado y justifica tu respuesta.
- En todos los ejercicios de cinemática incluye el gráfico que corresponda.

Preguntas conceptuales

1. ¿Qué diferencia hay entre aceleración tangencial y aceleración radial para un punto de un cuerpo que gira?

2. Un camión acelera en una autopista. Un marco de referencia inercial está fijo al suelo con su origen en un poste. Otro marco está fijo a un auto de policía que viaja en la autopista con velocidad constante. ¿El momento lineal del camión es el mismo en ambos marcos? Explique. ¿La tasa de cambio del momento lineal del camión es el mismo en los dos marcos? Explique.?

Problemas

1. Durante cierto periodo, la posición angular de una puerta que se balancea se describe mediante $\theta(t) = 5 + 10t + 2t^2$, donde θ está en radianes y t en segundos. Determine la posición, rapidez y aceleración angulares de la puerta en a) a $t = 0$ y b) a $t = 3\ s$.

2. Un aspa de ventilador gira con velocidad angular dada por $\omega_\zeta = \gamma - \beta t^2$, donde $\gamma = 5\ \mathrm{rad/s}$ y $\beta = 0{,}5\ \mathrm{rad/s^3}$. a) Calcule la aceleración angular en función del tiempo. b) Calcule la aceleración angular instantánea α_ζ en $t = 3$ s y la aceleración angular media $\alpha_{m,\zeta}$ para el intervalo de $t = 0$ a $t = 3$ s. ¿Qué diferencia hay entre ambas cantidades? Si son diferentes, ¿por qué lo son?

3. Un carrusel está estable. Un perro corre sobre el suelo justo afuera de la circunferencia del carrusel, y se mueve con una rapidez angular constante de 0,75 rad/s. El perro no cambia su ritmo cuando ve lo que ha estado buscando: un hueso que descansa en el borde del carrusel a un tercio de revolución enfrente de él. En el instante en que el perro ve el hueso ($t = 0$), el carrusel comienza a moverse en la dirección en que corre el animal, con una aceleración angular constante igual a 0,015 rad/s^2 . a) ¿En qué tiempo el perro alcanzará el hueso? b) El confundido perro

sigue corriendo y pasa el hueso. ¿Cuánto tiempo después de que el carrusel comienza a girar el perro y el hueso se emparejan por segunda vez?

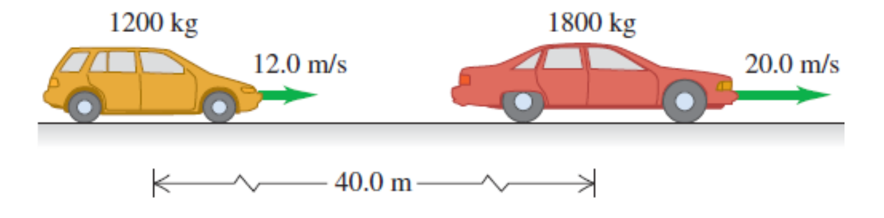
4. a) Deduzca una ecuación para la aceleración radial que incluya v y ω pero no r. b) Imagine que está diseñando un carrusel, donde un punto en el borde tendrá una aceleración radial de 0,5 m/s^2 cuando la velocidad tangencial en ese punto sea de 2 m/s. ¿Qué velocidad angular se necesita para lograr estos valores?

5. La figura a la derecha muestra el mecanismo conductor de una bicicleta que tiene ruedas de 67,3 cm de diámetro y manivela de pedal de 17,5 cm de largo. El ciclista pedalea a una cadencia estable de 76 rev/min. La cadena se engancha con un piñón frontal de 15,2 cm de diámetro y una cuerda de cadena trasera de 7 cm de diámetro. a) Calcule la rapidez de un eslabón de la cadena en relación con el cuadro de la bicicleta. b) Calcule la rapidez angular de las ruedas de la bicicleta. c) Calcule la rapidez de la bicicleta en relación con el camino. d) ¿Qué parte de la información, si alguna, no es necesaria para los cálculos?.



6. El vector de posición de una partícula de 3,5 g que se mueve en el plano (x, y) varía en el tiempo de acuerdo con $\vec{r}_1(t) = (3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})t + 2\hat{\jmath}t^2$. Al mismo tiempo, el vector de posición de una partícula de 5,5 g varía como $\vec{r}_2(t) = 3\hat{\imath} - 2\hat{\imath}t^2 - 6\hat{\jmath}t$, donde t está en s y r en cm. En $t = 2{,}5\ \mathrm{s}$, determine: a) el vector de posición del centro de masa, b) la cantidad de movimiento lineal del sistema, c) la velocidad del centro de masa, d) la aceleración del centro de masa y e) la fuerza neta que se ejerce sobre el sistema de dos partículas.

7. Una camioneta de 1200 kg avanza en una autopista recta a 12 m/s. Otro auto, de masa 1800 kg y rapidez 20 m/s, tiene su centro de masa 40 m adelante del centro de masa de la camioneta (ver figura). a) Determine la posición del centro de masa del sistema formado por los dos vehículos. b) Calcule la magnitud del momento lineal total del sistema, a partir de los datos anteriores. c) Calcule la rapidez del centro de masa del sistema. d) Calcule el momento lineal total del sistema, usando la rapidez del centro de masa. Compare su resultado con el del inciso b).





8. Dos asteroides con masas m_A y $m_{\boldsymbol{B}}$ se mueven con velocidades $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ con respecto a un astrónomo en una nave espacial. a) Demuestre que la energía cinética total medida por el astrónomo es

$$K = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}(m_A {v'}_A^2 + m_B {v'}_B^2)$$

donde $\vec{v}_{CM}$ y M están definidos como en la velocidad del centro de masa y la masa total del sistema de partículas, $\vec{v}'_A = \vec{v}_A = \vec{v}_{CM}$, y $\vec{v}'_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM}$. En esta expresión, la energía cinética total de los dos asteroides es la energía asociada a su centro de masa mas la asociada al movimiento interno relativo al centro de masa. b) Si los asteroides chocan, ¿qué energía cinética mínima pueden tener después del choque, según las mediciones del astrónomo? Explique.

REFERENCIAS

Algunos ejercicios de esta guía fueron inspirados de los libros siguientes.

Serway, R. A., Jewett, J. W., & González, S. R. C. (2015). Física para ciencias e ingeniería. Vol. 1. Cengage Learning.

Young, H. D., & Freedman, R. A. (2007). Sears-Zemansky, física universitaria. Addison-Wesley